

Phòng Hình học và Tô pô

I. Sơ lược lịch sử

Trên cơ sở 5 hướng trọng điểm nghiên cứu toán học của Việt Nam do Hội Toán học Việt Nam đề ra, mà một trong số đó là nghiên cứu những hướng chọn lọc của Đại số - Lý thuyết số - Hình học và Tô pô, năm 1974 phòng Hình học và Tô pô đã được thành lập. Những thành viên đầu tiên là Nguyễn Tự Cường, Hà Huy Khoái, Lê Văn Thành, Hà Huy Vui, một năm sau đó được bổ sung thêm Nguyễn Sĩ Minh, Nguyễn Hữu Đức, Ngô Việt Trung.

Các thành viên khác lần lượt về làm việc tại phòng trong những năm tiếp theo: Nguyễn Tiến Đại (1978), Đỗ Ngọc Diệp (1978), Hồ Hữu Việt (1979), Nguyễn Việt Dũng (1981), Nguyễn Khắc Việt (1989), Nguyễn Văn Châu (1996), Vũ Thế Khôi (1999), Nguyễn Tất Thắng (2007), Nguyễn Hồng Đức (2008), Hồ Minh Toàn (2009), Đinh Sĩ Tiệp (2009).

Vào năm 1988, nhóm những người nghiên cứu Lý thuyết số và Đại số giao hoán: Nguyễn Tự Cường, Hà Huy Khoái, Ngô Việt Trung tách ra và chuyển về phòng Đại số - Lý thuyết số.

Năm 2008, Nguyễn Khắc Việt chuyển sang Viện Khoa học và Công nghệ Quốc phòng.

Năm 2009, Nguyễn Hồng Đức đi nghiên cứu sinh ở Đại học Keiserlautern (CHLB Đức).



Cán bộ phòng Hình học - Tô pô tại một Hội nghị ở Trieste, Italy (1991)

II. Các hướng nghiên cứu cơ bản của phòng

- Lý thuyết kỳ dị:

Nghiên cứu các hệ vi mô vi phân kỳ dị chính quy; nghiên cứu các hiện tượng quang hình học; nghiên cứu các kì dị ở vô hạn; nghiên cứu các hình học địa phương và toàn cục của các đường cong và các mặt; nghiên cứu hình học của ánh xạ đa thức và hệ động lực đa thức trong mối liên hệ với giả thuyết Jacobi; nghiên cứu các biểu diễn SOS (sum of squares) của các đa thức không âm trên các đa tạp nửa đại số và áp dụng của chúng vào bài toán tối ưu đa thức.

- Tô pô và Hình học không giao hoán:

Nghiên cứu cấu trúc của các C^* -đại số nhóm; nghiên cứu phương pháp quỹ đạo và lượng tử nhiều chiều; nghiên cứu lượng tử biến dạng; nghiên cứu chương trình Langlands hình học và vấn đề lượng tử hoá các trường vật lý; nghiên cứu đồng điều De Rham không giao hoán, nghiên cứu đặc trưng Chern không giao hoán.

Nghiên cứu các C^* -đại số liên quan đến chương trình của G. Elliot.

Nghiên cứu tô pô của các không gian cấu hình hệ B; hình học và tô pô của các sắp xếp siêu phẳng, đặc biệt là tính toán các nhóm cơ bản của phần bù; nghiên cứu lý thuyết Morse rời rạc trong bài toán xác định kiểu đồng luân của phần bù.

Nghiên cứu tô pô các đa tạp thấp chiều.

- Hình học vi phân và hình học đại số:

Nghiên cứu họ các đường cong, mặt đại số, phân thớ, học các đa tạp Abel và lý thuyết đàn Mordell-Weil.

Nghiên cứu tối ưu đa thức và hình học đại số thực và tối ưu.

Nghiên cứu tô pô đa tạp 3 chiều và các vấn đề liên quan trong lý thuyết nút.

III. Những kết quả chính đã đạt được

- Xây dựng lý thuyết các hệ vi mô vi phân kì dị chính quy có đa tạp đặc trưng r -thấu kính.

- Xây dựng lý thuyết các kì dị ở vô hạn cho trường hợp hai biến phức.

- Mô tả cấu trúc toàn cục của hệ động lực đa thức phẳng với divergence âm tại vô hạn; mô tả ảnh hưởng của điều kiện Jacobi đến cấu trúc Puiseux tại vô hạn của ánh xạ đa thức. Mô tả cấu trúc có thể của tập các giá trị không

riêng của các cặp Jacobian. Chứng minh Giả thuyết Jacobi hai chiều đối với lớp có hàm đa thức đơn, đa thức hữu tỷ, xác định mối liên hệ giữa trường hợp nguyên của giả thuyết Jacobi hai chiều và vấn đề điểm nguyên trên đường cong.

- Xây dựng được một phương pháp tiếp cận đến bài toán nghiên cứu cấu trúc của các C^* -đại số nhóm.

- Xây dựng quy tắc lượng tử nhiều chiều và phép dựng các biểu diễn bất khả quy của các nhóm Lie.

- Xây dựng lý thuyết đồng điều các dòng De Rham không giao hoán và đặc trưng Chern không giao hoán.

- Tính được nhóm cơ bản của không gian các quỹ đạo chính quy của các nhóm Weyl affine và của phần bù của sắp xếp siêu phẳng thực; đưa ra một phương pháp đơn giản tính braid monodromy, nhóm cơ bản cũng như kiểu đồng luân của phần bù của một sắp xếp các đường thẳng phức.

- Phân loại các họ đường cong với số nhỏ các thớ kỳ dị (các giả thuyết Szpiro, Beauville...), họ các đa tạp Abel, lý thuyết đàn Mordell-Weil, xây dựng lý thuyết các đa tạp Abel Prym-Tyurin modular.

- Áp dụng hình học đại số thực và lý thuyết kỳ dị tại vô hạn vào việc nghiên cứu bài toán cực tiểu các hàm đa thức trên tập ràng buộc nửa đại số không compact.

- Nghiên cứu lý thuyết các bất biến Chern-Simons và tôpô đa tạp 3 chiều. Dùng phương pháp của lý thuyết Gauge để đưa ra phương pháp tính toán bất biến kiểu Chern-Simons và nghiên cứu các ứng dụng của chúng. Ngoài ra còn nghiên cứu một số bài toán về tập đặc trưng của mặt hai chiều và đa tạp ba chiều phục vụ cho việc tính các bất biến Chern-Simons.

IV. Những ấn phẩm đã công bố

- Các bài báo nghiên cứu: Khoảng trên 300.

- Sách chuyên khảo: 01 (Đỗ Ngọc Diệp, *Methods of Non-commutative Geometry for Group C^* -Algebras*, Chapman & Hall/CRC Research Notes in Mathematics Series, Vol. 416, 1999).

Lao động khoa học tích cực và nghiêm túc của mỗi thành viên và của cả tập thể phòng Hình học và Tôpô đã đem lại cho phòng sự thừa nhận trong cộng đồng toán học: Liên đoàn toán học thế giới (IMU) đã tài trợ cho nhóm nghiên cứu của lý thuyết kỳ dị trong 3 năm 1993 – 1995 với tư cách là nhóm làm việc mũi nhọn (group de point) ở một nước đang phát triển. Một số thành viên trong phòng đã nhận được các học bổng Humboldt, JSPS và được

mời làm cộng tác viên, giáo sư mời tại các trường đại học lớn ở Mỹ, Nhật, Pháp, Đức,... Bên cạnh việc nghiên cứu, phòng Hình học và Tô pô cũng tham gia tích cực vào việc đào tạo. Đã có 10 luận án tiến sĩ và 2 luận án tiến sĩ khoa học được bảo vệ tại phòng. Phòng cũng tham gia tích cực vào công tác đào tạo cao học của Viện.



Phòng Hình học - Tô pô (2010)

V. Các nhóm nghiên cứu chính

a) Nhóm nghiên cứu lý thuyết kỳ dị

Năm 1975, theo sáng kiến của một nhóm các nhà toán học Pháp (GS F. Phạm, GS Lê Dũng Tráng, v.v. . .), nhóm nghiên cứu đầu tiên, nhóm nghiên cứu lý thuyết kỳ dị được hình thành do GS F. Phạm và GS Lê Dũng Tráng hướng dẫn. Các đề tài nghiên cứu đã được nhóm tiến hành trong hơn 30 năm qua gồm:

Nghiên cứu các tính chất địa phương của ánh xạ khả vi (tính xác định đối với các nhóm biến đổi, tính xác định của các điểm tối ưu Pareto địa phương).

Nghiên cứu các tính chất tô pô của đường cong giải tích tại lân cận điểm kỳ dị (cấu trúc Hodge hỗn hợp, tiệm cận của tích phân Nillson).

Nghiên cứu sự ổn định của các tương tác hình học của các đa tạp Lagrange và đa tạp Legendre trong mối liên quan với tính ổn định của hệ vi mô vi phân kỳ dị chính quy. Nghiên cứu kỳ dị của bài toán Cauchy.

Nghiên cứu phân thố Milnor toàn cục và hiện tượng kỳ dị tại vô hạn.

Nghiên cứu các biểu diễn SOS của các đa thức dương trên các tập nửa đại số và các áp dụng của chúng vào tối ưu toàn cục.

Nghiên cứu giả thuyết Jacobi trường hợp thực và phức.

Sự đa dạng của các đề tài một mặt phản ánh bản chất liên ngành của lý thuyết kỳ dị, mặt khác chứng tỏ sự quan tâm của các thành viên trong nhóm về các lĩnh vực khác nhau của toán học.

Các thành tựu chính:

1. Xây dựng được lý thuyết ổn định của tương tác hình học giữa hai đa tạp Lagrange. Định lý của Nguyễn Hữu Đức và Nguyễn Tiến Đại về vấn đề này đã được Benequin trình bày tại xêmina Bourbabi, bên cạnh những kết quả cơ bản về hình học caustic của trường phái Arnold (Moscow).

2. Xây dựng lý thuyết ổn định của hệ Gauss-Manin trên các đa tạp có góc kiểu 2 mặt Lagrange cắt nhau. Kết quả này thiết lập cầu nối giữa lý thuyết về biến dạng của Rene Thom với lý thuyết về ổn định của các đa tạp Lagrange và hệ vi mô vi phân kỳ dị chính quy. Công trình này của F. Phạm, Nguyễn Tiến Đại, Nguyễn Hữu Đức đã đăng trọn một số Mémoire của Hội Toán học Pháp.

3. Đặc trưng được hiện tượng kỳ dị tại vô hạn trong trường hợp hai biến phức từ các khía cạnh giải tích, hình học và tô pô. Các kết quả này được nhiều chuyên gia (không chỉ về lý thuyết kỳ dị) trích dẫn, áp dụng và mở rộng.

4. Cho lời giải của giả thuyết W. Newman về mối liên hệ giữa các link tại vô hạn và hiện tượng kỳ dị tại vô hạn.

5. Thiết lập bất đẳng thức Lojasiewics trong lân cận điểm vô hạn cho đa thức hai biến thực.

6. Chứng minh rằng mọi đa thức dương trên một tập nửa đại số phải thuộc preordering sinh bởi các đa thức xác định tập modulo ideal xác định đa tạp tangency. Đây là một kiểu positivstellensatz mới, đúng cho cả trường hợp khi tập nửa đại số là không compact. Một hệ quả trực tiếp của điều này là có thể đưa việc giải một bài toán cực tiểu hoá một đa thức bất kỳ trên một tập nửa đại số cơ bản (thuộc lớp NP-khó) thành việc giải một dãy các bài toán quy hoạch nửa xác định (thuộc lớp P).

7. Mô tả cấu trúc của lớp các đẳng cấu đa thức dạng $x-P(x)$ với P có hệ số không âm. Đưa ra các đặc trưng cơ bản của cấu trúc Newton-Puiseu tại vô hạn của các cặp jacobian.

8. Cho lời giải của giả thuyết Jacobian hai chiều đối với lớp các hàm đa thức đơn, đa thức hữu tỷ. Đưa việc chứng minh trường hợp nguyên của giả

thuyết Jacobi phẳng về bài toán tồn tại vô số điểm nguyên trên đường cong đại số.

9. Trong trường hợp phân bố tách (splitting), nghiên cứu các tính chất generic của tập điểm tối hạn ngang và hàm hạn chế của một đa thức trên tập điểm tối hạn ngang của nó. Chứng minh các quỹ đạo của gradient ngang cũng có những tính chất tương tự như gradient trong trường hợp generic. Chỉ ra một số hiện tượng đặc biệt của các quỹ đạo này khi không generic.

Các kết quả trên được công bố trong nhiều bài báo ở Acta Math. Vietnamica, Vietnam J. Math., Math. Ann., Memoire de Soc. Math. France, Math. Z., Annale de l'Institut Fourier, C. R. Acad. Paris, Discrete and Continuous Dynamical Systems, SIAM J. Optim., J. of Pure and Applied Algebra, ...

b) Nhóm nghiên cứu hình học không giao hoán

Hướng nghiên cứu bắt đầu hình thành từ 1975 bằng việc nghiên cứu cấu trúc của một số C^* -đại số nhóm cụ thể, ví dụ các nhóm biến đổi affine của một trường, bằng cách tìm ra các bất biến trong K-lý thuyết. Đ. N. Diệp đã mô tả cấu trúc C^* -đại số nhóm của nhóm các phép biến đổi affine của đường thẳng thực, bằng cách tìm bất biến trong K-đồng điều. Ngay sau khi kết quả này được công bố J. Rosenberg đã làm các kết quả tương tự cho nhóm các biến đổi affine của đường thẳng phức và p-adic. Kết quả của Đ. N. Diệp đã đưa ra một cách tạo ra các chuỗi hợp thành chuẩn tắc để nghiên cứu cấu trúc của các C^* -đại số nói chung và C^* -đại số nhóm nói riêng, như là các mở rộng lặp của các C^* -đại số đơn giản.

Nhóm nghiên cứu chính thức hình thành từ 2/1978 bắt đầu bằng hai bài toán: nghiên cứu lượng tử nhiều chiều và phép dựng biểu diễn của nhóm Lie và nghiên cứu cấu trúc C^* -đại số của phủ phổ dụng của nhóm affine phức. Kết quả chính thu được là đã đưa ra được một quy tắc lượng tử nhiều chiều, mà phương pháp quỹ đạo của Kirillov là trường hợp 1-chiều và chỉ ra được những trường hợp (ví dụ biểu diễn chiều hàm hữu hạn, biểu diễn bất khả quy chuỗi chính suy biến của nhóm Lie nửa đơn) là không thu được từ quy tắc lượng tử một chiều, nhưng thu được dễ dàng trong khuôn khổ của lượng tử nhiều chiều. H. H. Việt và V. M. Sơn đã hoàn thành việc mô tả cấu trúc của C^* -đại số của phủ phổ dụng của nhóm các biến đổi affine của đường thẳng phức. Nhờ quy tắc lượng tử nhiều chiều, Đ. N. Diệp, H. H. Việt, V. M. Sơn, Đ. V. Trà, L. A. Vũ tìm ra hai lớp nhóm Lie $\overline{MD}$ và MD4 mà cấu trúc C^* -đại số của chúng được tính toán triệt để nhờ việc áp dụng KK-lý thuyết. Những kết quả này được công bố trong Journal of Operator Theory và Acta Math. Vietnam.

Cải tiến quy tắc lượng tử nhiều chiều, T. Vui đã nghiên cứu việc thu gọn

phương pháp về căn giải được của nhóm con dừng trong quy tắc lượng tử nhiều chiều; T. Đ. Dống đã nghiên cứu việc thu về căn lũy tình của nhóm con dừng. Khi đó có thể thu được các phức đối đồng điều và thu được các biểu diễn chuỗi rời rạc một cách tường minh hơn và nhanh hơn trong các công trình khác.

Khảo sát chi tiết cấu trúc của biểu diễn cảm sinh chỉnh hình từng phần và bất biến từng phần Đ. N. Diệp đã tìm ra các tiêu chuẩn compắc cho ảnh của biến đổi Fourier-Gelfand. Những tiêu chuẩn này tỏ ra hữu hiệu khi nghiên cứu đại số nhóm tương ứng. Những kết quả này được đăng trong C. R. Acad. Sci. Paris.

Kết hợp các phương pháp nói trên, Đ. N. Diệp và T. T. Trung đã mô tả triệt để các biểu diễn chuỗi rời rạc suy biến. . .

Phương pháp lượng tử nhiều chiều dẫn đến việc nghiên cứu các biểu diễn mà là bất biến dưới tác động của những nhóm con rời rạc. Việc đó đã dẫn Đ. N. Diệp đến việc nghiên cứu đối đồng điều của các nhóm con rời rạc kiểu Langlands và tìm ra phân tích điều hoà cho các lớp đối đồng điều tương ứng.

Trong bài tổng quan ở Journal of Lie Theory, Đ. N. Diệp đã đưa ra một cách dựng hình học chỉ số của C^* -đại số nhóm và cách thu gọn nó về các tầng mà về nguyên tắc có thể tính toán dùng chỉ số Fredholm của các toán tử trong không gian Hilbert.

Việc nghiên cứu cấu trúc của C^* -đại số nhóm dẫn đến bài toán nghiên cứu các đặc trưng Chern không giao hoán. Xuất phát từ các kết quả của A. Connes, Đ. N. Diệp và N. V. Thu đã xây dựng lý thuyết đồng điều cho các dòng de Rham không giao hoán, thoả mãn tất cả các tính chất thông thường của một lý thuyết đồng điều suy rộng (bất biến đồng luân, bất biến Morita, khoét, . . .) Kết quả này, đã được Đ. N. Diệp, A. O. Kuku (ICTP) và N. Q. Thơ áp dụng thành công để tính toán tường minh các đặc trưng Chern không giao hoán cho các C^* -đại số nhóm của các nhóm Lie compắc (kết quả đăng trong tạp chí K-Theory). Bằng cách nghiên cứu chi tiết cấu trúc của đại số hàm trên các nhóm nhóm lượng tử compắc các tác giả nói trên cũng thu được tính toán tường minh cho các nhóm lượng tử compắc (Kết quả đăng trong Journal of Algebra). Lượng tử biến dạng đã cho phép thu được các đại số lượng tử mới, khác với C^* -đại số nhóm và nhóm lượng tử, áp dụng các quy tắc lượng tử Fedosov, Đ. N. Diệp và N. V. Hải đã tìm ra tất cả các đại số lượng tử tương ứng với các nhóm Lie thuộc lớp $\overline{MD}$ và MD4 nói trên. Cách tiếp cận này cho phép ta tính toán tường minh các $*$ -tích và các biểu diễn tương ứng. Job Nable đã áp dụng thành công phương pháp này cho nhóm quay trong

không gian ba chiều và các nhóm phức, thực tương ứng. Những kết quả này được trình bày trong báo cáo mời tổng quan của Đ. N. Diệp ở INFAS (USA).

Từ khoảng năm 2000, nhóm quan tâm nhiều hơn đến Hình học không giao hoán: đã đưa ra một cách tiếp cận dùng (đối) đồng điều Cech; đã đưa ra và tính toán đại số các hàm lượng tử hoá trên đại số Hecke; đã nghiên cứu vai trò của Định lý chỉ số trong Hình học không giao hoán. (Các kết quả này của Đ. N. Diệp đăng trong Abstract and Applied Analysis, Springer).

Nghiên cứu về lý thuyết chiều của C^* - đại số và ứng dụng K - lý thuyết để phân loại C^* - đại số (cụ thể lớp các C^* - đại số có thể biểu diễn thành giới hạn (thuận) của các đại số ma trận với hệ số là các hàm liên tục trên các không gian compact - gọi là các AH - đại số).

Chứng minh rằng một lớp các AH - đại số với đồng cấu nối giữa các đại số ma trận trong biểu diễn thành giới hạn thuận là có dạng chéo có hạng bằng 1 (stable rank one). Những đại số này có hạng thực (real rank) bằng 0 hoặc 1. Mở rộng điều kiện cần và đủ để hạng thực bằng 0 từ kết quả của Goodearl cho đại số Goodearl cho lớp đại số trên đây.

Mở rộng bổ đề Urysohn's (với giá trị của hàm là các ma trận), Toms, A., Elliott và H. M. Toan đã đưa ra một tiêu chuẩn cần và đủ để một AH - đại số là đơn là đại số đó có 'ánh xạ riêng xấp xỉ hằng'. Nhờ đó chứng minh được hạng 1 của một lớp AH - đại số mà các đồng cấu nối giữa các đại số ma trận trong dãy giới hạn thuận là đồng cấu chéo mà không giả thuyết gì về chiều của các không gian phổ của các C^* - đại số này. Gần đây nhóm nghiên cứu quan tâm nhiều đến lý thuyết trường vật lý và chương trình Langlands hình học. Đã đưa ra một cách tiếp cận tổng quát cho lý thuyết các trường vật lý và lý thuyết thống nhất các trường vật lý. Đã hình thành một đề tài nghiên cứu chung giữa nhóm các nhà vật lý của Viện Vật lý và cán bộ của Phòng HHTP. Nhiều kết quả được đăng trong loạt các bài ở Communication in Physics (2007 - 2009).

Phân tích kỹ phương pháp quỹ đạo, Đ. N. Diệp đã đưa ra một phép lượng tử hoá các trường trên cơ sở tương ứng Langlands. Kết quả đăng ở Intl. J. Math. Mathl. Sci. (2009).

Kết quả nghiên cứu của nhóm luôn thu hút được sự quan tâm của các chuyên gia đầu ngành. Giáo sư P. Cartier đã cho một cải tiến cho chứng minh định lý phân loại lớp nhóm $\overline{MD}$; Viện sỹ A. Connes đã cho một đánh giá tốt cho các kết quả của H. H. Việt. Trong quá trình làm việc trong nhóm nghiên cứu, nhiều nghiên cứu sinh: H. H. Việt, L. A. Vũ, T. Vui, T. Đ. Đông, N. V. Thư, N. V. Hải, Job Nable (The Philippines) đã bảo vệ thành công luận án tiến sĩ, trong đó có những luận án được xếp loại xuất sắc và được các chuyên

gia trong ngành như Wolf (Univ. of California) và Rawnsley (U.K.) đánh giá cao. Các kết quả chính của Giáo sư Đ. N. Diệp, người khởi xướng và lãnh đạo nhóm trong suốt 25 năm đã được trình bày chi tiết trong sách chuyên khảo (Đỗ Ngọc Diệp, *Methods of non-commutative Geometry for Group C*-Algebras*, Chapman & Hall/CRC Research Notes in Mathematics Series, Vol. 416, 1999).



Cán bộ phòng Hình học - Tô pô (2020)

Năm 2010, nhóm được chuyển sang phòng Giải tích toán học để tăng cường nhân lực cho phòng đó.

Phụ lục

a) Cộng tác viên (đến năm 2005)

GS.TSKH Nguyễn Đình Ngọc, PGS.TS Huỳnh Mùi, GS.TSKH Nguyễn Văn Khuê, GS Đoàn Quỳnh, GS.TSKH Đào Trọng Thi, TS Đào Văn Trà, TS Phạm Ngọc Anh Cường.

b) Khách quốc tế

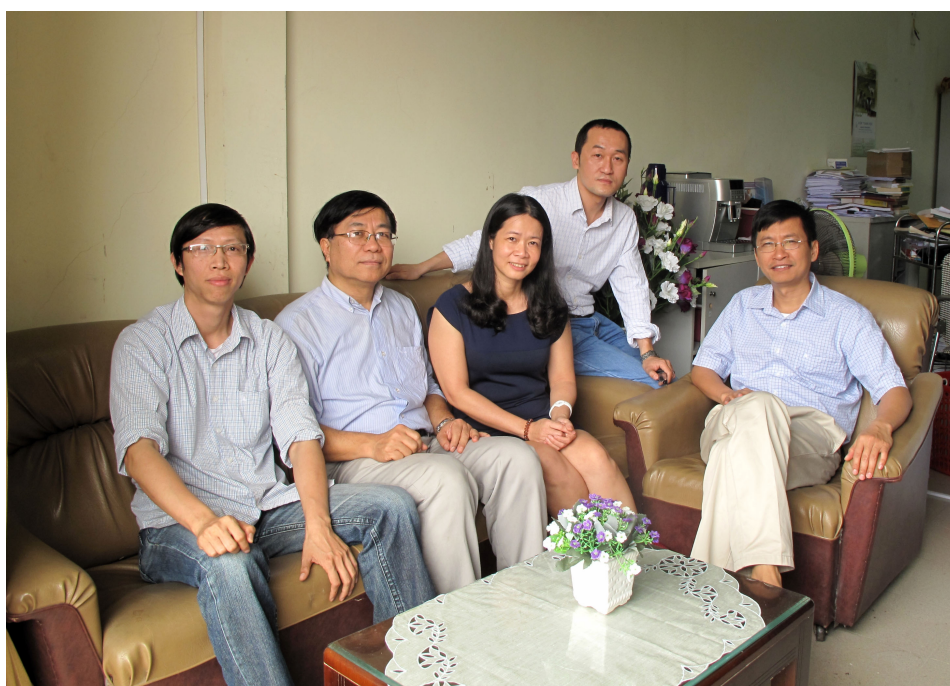
P. Cartier (IHES-Pháp), F. Phạm (Nice-Pháp), Lê Dũng tráng (Marseille-Pháp), J.-E. Bjork (Thụy Điển), K. Saito (RIMS-Nhật), D. Leites (Thụy Điển), J. Steenbrink (Hà Lan), A. Durfee (Mỹ), Guillopé (Nantes-Pháp), E. Delabaere (Nice-Pháp), P. Cassou-Nogues, R. Rousarie (Dijon-Pháp), N. Sasakura

(TMU-Nhật), M. Oka (TMU-Nhật Bản), H. Terao (TMU-Nhật Bản), S. Zucker (JHU-Mỹ),... J.-P. Brasselet (Pháp), Lê Tự Quốc Thắng (USA), Nguyễn Tiến Dũng (Pháp), Lê Hồng Vân (Czech), J.B. Lassere (Pháp).

(Vũ Thế Khôi)

Phòng Lý thuyết số

Được thành lập 3/2005. Phòng tiến hành Xêmina Lý thuyết số hàng tuần, về các vấn đề thời sự cũng như cơ bản của Lý thuyết số. Ngoài việc nghiên cứu chuyên môn, các thành viên của Phòng tham gia tích cực vào công tác giảng dạy ở tất cả các cấp như bồi dưỡng học sinh giỏi quốc gia (cấp phổ thông), giảng dạy đại học hoặc sau đại học, hướng dẫn học viên cao học làm luận văn thạc sĩ, hoặc nghiên cứu sinh làm luận án tiến sĩ.



Phòng Lý thuyết số năm 2015

Tạ Thị Hoài An

Hướng nghiên cứu chính: Một số bài toán về phương trình đa thức có nghiệm là các hàm trên trường các số phức cũng như trên trường hàm; Các dạng của Định lý cơ bản thứ hai Nevanlinna-Cartan cho các đường cong chỉnh hình cắt các siêu mặt trong không gian xạ ảnh; Tính hyperbolic không-Acsimet của phần bù các siêu mặt.

Các kết quả chính: Đưa ra phương pháp mới tiếp cận bài toán bằng việc xây dựng các 1-dạng Wronskian chỉnh hình không tầm thường. Đưa ra chặn tường minh cho bội của hàm không điểm trong Định lý cơ bản thứ

hai dạng Nevanlinna-Cartan. Đưa ra một số điều kiện để phần bù của các siêu mặt trong không gian xạ ảnh là hyperbolic không-Acsimet. Đặc biệt đã chỉ ra được điều kiện cần và đủ để phần bù của hai siêu mặt trong không gian xạ ảnh hai chiều là hyperbolic không-Acsimet. Chỉ ra một số tương ứng giữa tính hyperbolic không Acsimet và sự tồn tại hữu hạn điểm nguyên trong phần bù của các siêu mặt trong không gian xạ ảnh. Chỉ ra sự không tồn tại nghiệm là các hàm chỉnh hình của bài toán Buchi.

Phùng Hồ Hải

Các hướng nghiên cứu chính:

- Lý thuyết biểu diễn của nhóm lượng tử, siêu nhóm và siêu đại số Lie
- Đại số Hopf và phạm trù monoid
- Lược đồ nhóm, đối ngẫu Tannaka
- Phân thớ véc tơ, liên thông, lược đồ nhóm cơ bản

Các kết quả chính:

- Phân loại biểu diễn của nhóm lượng tử loại A, xây dựng tường minh biểu diễn của các siêu đại số Lie kiểu A với số chiều thấp;
- Xây dựng đối ngẫu Tannaka cho các phạm trù monoid với hàm tử thớ vào không gian song mô đun trên một vành;
- Xây dựng và nghiên cứu các tính chất của lược đồ nhóm cơ bản của một đa tạp đại số trơn, nghiên cứu tính khớp của dãy đồng luân liên kết với một cấu xạ trơn;
- Xây dựng đối ngẫu Tannaka cho lược đồ nhóm trên một vành Dedekind, ứng dụng vào nghiên cứu cấu trúc các lược đồ nhóm affine trên vành Dedekind.

Hà Huy Khoái (Về hưu năm 2012. Hiện là Cộng tác viên)

Hướng nghiên cứu chính: Giải tích p-adic, L-hàm p-adic, Lý thuyết hàm trên trường không acsimet, Lý thuyết Nevanlinna (phức và p-adic), Không gian hyperbolic, Lịch sử toán học.

Các kết quả chính: Thiết lập định lý nội suy các hàm chỉnh hình p-adic, lần đầu tiên áp dụng được cho các hàm chỉnh hình p-adic không giới nội; Xây dựng tương tự p-adic của lý thuyết Nevanlinna (một chiều và nhiều chiều); Chứng minh sự không đồng nhất triệt tiêu của các L-hàm p-adic kết hợp với đường cong elliptic;

Nguyễn Duy Tân

Hướng nghiên cứu chính: Số học và đối đồng điều Galois của nhóm lũy đơn trên trường không hoàn thiện. Bài toán nhúng trong lý thuyết Galois trên trường đặc số dương. Tích Massey trong đối đồng điều Galois.

Các kết quả chính: đã thực hiện một số nghiên cứu về tính chất số học và đối đồng điều Galois của nhóm lũy đơn trên trường không hoàn thiện (cùng với Nguyễn Quốc Thắng). Đưa ra điều kiện cần và đủ cho tính hữu hạn của đối đồng điều Galois bậc 1 của nhóm lũy đơn xác định trên trường địa phương. Áp dụng hiểu biết về đối đồng điều Galois của nhóm lũy đơn vào nghiên cứu bài toán nhúng trên trường đặc số dương (cùng Lior Bary-Soroker). Chứng minh tính chất triệt tiêu của tích ba Massey khi $p = 2$ (cùng với Ján Minác). Gần đây xây dựng tường minh mở rộng trường với nhóm Galois đẳng cấu với nhóm các ma trận cấp 4 hệ số trong vành hữu hạn có p phần tử $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$, xây dựng này cho phép đưa ra một chứng minh khác cho tính triệt tiêu của tích ba Massey cho mọi p (cùng với Ján Minác).

Nguyễn Quốc Thắng

Hướng nghiên cứu chính: Số học, hình học, và đối đồng điều Galois của nhóm đại số và các vấn đề liên quan, nhóm Lie và nhóm đại số.

Các kết quả chính: Xác định được nhóm các hệ số đồng dạng của các dạng hécmít và phản hécmít trên trường toàn cục đặc số khác 2. Tìm ra phản ví dụ cho nguyên lý Hasse (nguyên lý địa phương toàn cục) cho hệ các dạng toàn phương với số biến và số dạng đủ lớn trên trường toàn cục đặc số khác 2. Phân loại các dạng hécmít trên trường hàm thực, chứng minh một số nguyên lý địa phương-toàn cục cho các dạng đó, và rộng hơn là nguyên lý Hasse đối đồng điều cho một lớp khá rộng các nhóm đại số xác định trên trường hàm thực. Phân loại các lớp liên hợp của xuyên cực đại trên trường số thực và áp dụng phân loại các nhóm Lie mũ yếu, giải quyết trọn vẹn bài toán do Borel – Hoffmann – Mukherja đưa ra (cùng với Djoković). Tìm ra một số quan hệ cơ bản (ví dụ như dãy khớp) giữa các nhóm các lớp tương đương Brauer, R-tương đương, nhóm đối đồng điều Galois bậc 1 của nhóm Picard, và nhóm ngăn trở cho xấp xỉ yếu trên trường địa phương và toàn cục. Chứng minh nguyên lý đối hạn chế cho nhóm đại số tuyến tính liên thông trên trường địa phương và toàn cục bất kỳ, chứng minh nguyên lý đối hạn chế cho lược đồ nhóm reductive trên vành số nguyên của trường địa phương hay toàn cục, nguyên lý chuẩn cho nhóm các lớp của lược đồ nhóm reductive trên vành số nguyên của trường toàn cục, và thiết lập nguyên lý đối hạn chế yếu cho một lớp rộng các nhóm đại số tuyến tính trên trường bất kỳ. Thiết lập một số tính chất số học của đối đồng điều Galois phẳng cho nhóm unipotent, như nguyên lý địa phương toàn cục, thiết lập dạng tương tự cho giả thuyết của Serre, ... (cùng với Nguyễn Duy Tân). Phát triển lý thuyết bất biến số học, cụ thể chứng minh một số tính chất hữu tỷ của lý thuyết bất biến hình học của nhóm đại số trên trường số học, ví dụ như chứng minh Định lý Bogomolov – Sukhanov trên trường hoàn thiện bất kỳ (cùng với Đào Phương Bắc). Thiết

lập một số nguyên lý địa phương – toàn cục mới và chứng minh nguyên lý Hasse đối đồng điều cho nhóm đại số đơn liên nửa đơn trên mọi mở rộng đại số vô hạn bất kỳ của trường toàn cục (cùng với Ngô Thị Ngoan).

Nguyễn Chu Gia Vượng

Hướng nghiên cứu chính: Các dạng tự đẳng cấu liên kết với một nhóm reductive G và một trường số học F bất kỳ; Nghiên cứu các biểu diễn của nhóm adèle của G trong không gian các dạng tự đẳng cấu cũng như các đối tượng liên quan; Lý thuyết biểu diễn của nhóm các điểm của G trên một trường địa phương của F ; Giải tích điều hòa trên các không gian đối xứng p -adic, lý thuyết các biểu diễn distinguished; Nghiên cứu lý thuyết Đối ngẫu Tannaka, lý thuyết biểu diễn của siêu đại số Lie (hai đề tài cuối đang triển khai cùng với Phùng Hồ Hải.)

Các kết quả chính: Định nghĩa một khái niệm vết xoắn compact của một biểu diễn của G và đưa ra một công thức mở rộng một công thức của Clozel cho trường hợp không xoắn. Trong trường hợp G là nhóm tuyến tính tổng quát, xây dựng một số biểu diễn của G dựa vào các biểu diễn Steinberg và tính toán các vết xoắn compact của chúng trên đại số Hecke cầu của G . Tính toán các tích phân quỹ đạo lũy đơn ổn định cho $Sp(4)$ trên các đại số Hecke cầu. Các tính toán này được diễn giải thông qua các vết xoắn compact của các biểu diễn Steinberg trên các nhóm $GL(5)$ và chỉ ra rằng chúng thể hiện một quan hệ endoscopy xoắn giữa các nhóm này.



Phòng Lý thuyết số năm 2020

(Tạ Thị Hoài An)