

Phòng Cơ sở toán học của Tin học

Phòng Cơ sở toán học của Tin học có tiền thân là Phòng Toán học rời rạc, và sớm hơn là Nhóm Lý thuyết ô tômat và ngôn ngữ hình thức thuộc Bộ môn Điều khiển học của Viện Toán học. Sinh hoạt khoa học của phòng (điển hình là xemina) đã hoạt động liên tục 45 năm từ những ngày đầu thành lập Viện. Các hướng nghiên cứu chính của phòng là về các mô hình tính toán, độ phức tạp tính toán và các cấu trúc toán rời rạc.



Cán bộ và cộng tác viên phòng Cơ sở Toán học của Tin học sau một buổi xemina (1998)

Các cán bộ hiện tại:

1. Phan Thị Hà Dương (trưởng phòng từ 2010);
2. Đỗ Duy Hiếu;
3. Trần Thị Thu Hương;
4. Nguyễn Hương Lâm;
5. Ngô Đắc Tân;
6. Phạm Văn Trung (đang làm postdoc tại Đức).

I. Lịch sử và cơ cấu tổ chức

Trong 5 năm hoạt động đầu tiên (1970-1975), Viện Toán học được tổ chức thành 4 bộ môn, trong đó có Bộ môn Điều khiển học do GS Phan Đình Diệm, Trưởng Phòng Máy tính thuộc Ủy ban KH&KT Nhà nước, kiêm nhiệm phụ trách. Bộ môn này được chia thành hai nhóm: Nhóm Lý thuyết ô tômat và ngôn ngữ hình thức bao gồm TS Đỗ Long Văn (chủ trì), Phạm Trà Ân và sau đó được bổ sung Lê Công Thành (từ 1973); Nhóm Điều khiển tối ưu bao gồm TS Phạm Hữu Sách (chủ trì), Trần Cao Nguyên và Nguyễn Khoa Sơn (từ 1972) và Dương Duy Hải (từ 1973).

Khi Viện Khoa học Việt Nam được thành lập (1975), Viện Toán học được cơ cấu lại với hình thức tổ chức theo các phòng chuyên môn. Phòng Toán học rời rạc (THRR) được thành lập, do TS Đỗ Long Văn làm Trưởng phòng. Phòng bao gồm các thành viên của Nhóm Lý thuyết ô tômat và ngôn ngữ hình thức nói trên, và đến cuối năm được bổ sung thêm một số cán bộ về chuyên ngành đại số: TS Đinh Văn Huỳnh và Ngô Đắc Tân (vào thời điểm bấy giờ

Viện chưa đủ điều kiện để thành lập Phòng Đại số). Liên tiếp bốn năm liền, 1981-1984, mỗi năm Phòng được tăng cường thêm một cán bộ trẻ tốt nghiệp đại học ở nước ngoài về chuyên ngành đại số. Đó là các anh Lê Tuấn Hoa, Nguyễn Hương Lâm, Nguyễn Hùng Sơn và Nguyễn Việt Dũng, nhiều người đã nhanh chóng tiếp cận hoặc chuyển hướng nghiên cứu theo lĩnh vực tin học, như Ngô Đắc Tân chuyển sang nghiên cứu về đồ thị, Lê Tuấn Hoa về độ phức tạp tính toán và Nguyễn Hương Lâm về tin học đại số. Tiếp sau đó, TS Đỗ Long Vân được phong PGS (1984) và bảo vệ luận án TSKH về “Những đóng góp trong lĩnh vực tổ hợp trên từ” (Contribution to Combinatorics on Words) tại Đại học Humboldt, Berlin (1985), Ngô Đắc Tân hoàn thành luận án TS về “Nhóm hoán vị bậc cầu tối tiểu và một số vấn đề có liên quan của lý thuyết đồ thị” (1982-1985).

Năm 1989, khi Viện thành lập thêm một số phòng nghiên cứu, các cán bộ chuyên về đại số như TSKH Đinh Văn Huỳnh, Lê Tuấn Hoa (Nguyễn Hùng Sơn khi đó đã làm nghiên cứu sinh) và Nguyễn Việt Dũng được biên chế theo Phòng Đại số và Lý thuyết số; TS Lê Hội chuyển sang bộ phận khác. Kể từ đó và nhiều năm sau nữa, Phòng THRR chỉ gồm 5 cán bộ: Đỗ Long Vân, Phạm Trà Ân, Ngô Đắc Tân, Lê Công Thành và Nguyễn Hương Lâm. TS Phạm Trà Ân được phong học hàm PGS vào năm 1994 và được trao trách nhiệm Trưởng phòng THRR trong các năm 1992 - 1995. Năm 1996, PGS TSKH Đỗ Long Vân được Nhà nước phong học hàm GS, và sau đó TS Ngô Đắc Tân được phong học hàm PGS (năm 2002) và GS (năm 2006).

Năm 1998, Viện Toán học tiến hành điều chỉnh lại các phòng chuyên môn. Phòng THRR sát nhập với Trung tâm Ứng dụng toán học trong công nghệ và quản lý (gồm có TS Nguyễn Ngọc Chu, TS Phạm Cảnh Dương, PGS TSKH Phạm Huy Điển, PGS TSKH Đinh Thế Lục và TS Phạm Hồng Quang) thành Phòng Cơ sở toán học của Tin học, do TS Ngô Đắc Tân làm Trưởng phòng và TS Phạm Hồng Quang làm Phó Trưởng phòng. Tuy nhiên, sự liên kết này chỉ duy trì được trong khoảng thời gian không lâu. Năm 2000, TS Phạm Cảnh Dương và PGS TSKH Phạm Huy Điển được tách ra để thành lập Phòng Nghiên cứu và phát triển phần mềm. Năm 2004, TS Phạm Hồng Quang thành lập Trung tâm Tính toán hiệu năng cao. Riêng PGS TSKH Đinh Thế Lục (làm việc dài hạn tại Pháp và được phong GS năm 2002) và TS Nguyễn Ngọc Chu vẫn biên chế thuộc Phòng cho đến hết năm 2008. TS Lê Công Thành giữ chức vụ Trưởng phòng kể từ năm 2002 đến 2010.

Từ năm 2005 trở lại đây, phòng đã có thêm nhiều cán bộ trẻ. TS Phan Thị Hà Dương (2005, từ Pháp về nước, PGS năm 2012) xây dựng một nhóm nghiên cứu mới về hệ động lực rời rạc và tổ hợp đếm. Sau một thời gian ngắn nhận công tác tại Phòng, các cán bộ trẻ đều được Viện cử đi đào tạo để nâng

cao trình độ chuyên môn. Cụ thể là CN Trần Thị Thu Hương (2006, Master tại ĐH Paris 7 năm 2009), CN Phạm Văn Trung (2008, Master tại ĐH Paris 7 năm 2010). Ngoài ra Phòng còn có Đỗ Duy Hiếu (2014, hiện là NCS) và Trần Vĩnh Linh (2006, bảo vệ TS năm 2012, chuyển công tác năm 2014).

Hiện nay, GS Đỗ Long Vân, PGS Phạm Trà Ân, TS Lê Công Thành đã nghỉ hưu. Như vậy, dù trong mấy năm qua được tăng cường thêm nhiều cán bộ, song nhân lực của Phòng vẫn còn quá ít ỏi.

II. Các hoạt động khoa học

Ngay từ những ngày đầu thành lập, Viện Toán học đã rất coi trọng hình thức sinh hoạt học thuật xemina. Xemina “Lý thuyết ô tômat và ngôn ngữ hình thức”, dưới sự chủ trì của GS Phan Đình Diệu, với thành phần chủ chốt là Nhóm Lý thuyết ô tômat và ngôn ngữ hình thức, đã thu hút sự tham gia nhiệt tình của nhiều cán bộ thuộc các cơ sở nghiên cứu cũng như các giảng viên thuộc các trường đại học. Tiếp sau đó, Xemina do GS Đỗ Long Vân chủ trì và, tùy theo trọng tâm chuyên môn của từng thời kỳ, Xemina mang những tên gọi khác nhau: “Toán học rời rạc” (trước 1995), “Toán học của Tin học” (1995-1997) và “Cơ sở toán học của Tin học” từ 1998 đến nay (Lê Công Thành và sau đó Phan Thị Hà Dương chủ trì). Ngoài ra từ năm 2006, còn có thêm xemina của nhóm "Tổ hợp" do Phan Thị Hà Dương chủ trì.

Trong suốt 45 năm hoạt động liên tục của mình, xemina đã góp phần tích cực trong nghiên cứu khoa học, đào tạo cán bộ, cũng như sự hợp tác khoa học giữa các cơ quan khoa học. Nói riêng, trong thời gian cuối những năm 70, Phòng đã đạt được những kết quả bước đầu về lưới lập các ô tômat, ô tômat xác suất, đồ thị ngẫu nhiên và đánh giá độ phức tạp tính toán của các thuật toán giải một số bài toán trong lý thuyết đồ thị và ô tômat. Cũng trong khoảng thời gian đó, dưới sự hướng dẫn của GS Phan Đình Diệu, hai cán bộ của Phòng đã hoàn thành luận án tiến sĩ. Đó là Phạm Trà Ân về đề tài “Ô tômat xác suất với cấu trúc thay đổi theo thời gian” và Lê Công Thành về “Một số vấn đề của lý thuyết đồ thị và ứng dụng”. Có thể nói rằng, thời kỳ khởi đầu của Phòng THRR đã tiến triển một cách thuận lợi.

Phòng xác định được những hướng nghiên cứu dài hạn, có ý nghĩa cả về mặt lý thuyết lẫn thực tiễn, cụ thể là những hướng nghiên cứu thuộc các lĩnh vực: tin học đại số, các mô hình toán học của tính toán và xử lý song song, các vấn đề truyền thống của lý thuyết đồ thị và độ phức tạp tính toán của các bài toán quan trọng trong lĩnh vực này. Điều đó phần nào được thể hiện qua các đề tài khoa học mà Phòng đã hoàn thành từ giữa thập niên 80, cụ thể là các đề tài “Các vấn đề toán học của Tin học” (1986), “Cơ sở toán học của Tin học” (1987-1991), “Một số vấn đề chọn lọc thuộc cơ sở Lý thuyết tính toán”

(1992-1995), “Cơ sở toán học của tin học” (1996-2000), “Cấu trúc toán học trong tính toán và xử lý tin” (2001-2003), ...

1. Hướng nghiên cứu về độ phức tạp tính toán.

GS Phan Đình Diệu, Lê Công Thành và Lê Tuấn Hoa đã chỉ ra một lớp các bài toán NP-đầy đủ giải được bởi thuật toán với độ phức tạp thời gian trung bình đa thức. Trong lĩnh vực nghiên cứu độ phức tạp tính toán, việc xây dựng các thuật toán xấp xỉ với độ phức tạp thời gian đa thức giải các bài toán tối ưu NP-khó có ý nghĩa thực tiễn đáng kể. Bằng cách tiến hành phân tích tính hiệu quả của thuật toán theo quan điểm “hầu khắp nơi”, TS Lê Công Thành đã chứng tỏ rằng các thuật toán tham lam đối với nhiều bài toán tối ưu NP-khó quan trọng trên đồ thị, trong “hầu hết” các trường hợp đều cho ta những lời giải rất gần với nghiệm tối ưu.

2. Hướng nghiên cứu về lý thuyết mã và ô tômat.

Trong giai đoạn 1985-1995, Phòng đã triển khai nghiên cứu các vấn đề về từ vô hạn, ngôn ngữ từ vô hạn, ... và đã đạt được nhiều kết quả sâu sắc, làm cơ sở để xây dựng lý thuyết mã từ vô hạn, lý thuyết đa tạp từ vô hạn.... Mảng nghiên cứu này do PGS TSKH Đỗ Long Vân cùng các cộng sự thực hiện. Ông đã hướng dẫn 03 luận án TS Phan Trung Huy (đã mất năm 2014) (ĐHSP-2 HN và ĐHBK HN) bảo vệ năm 1992, Nguyễn Hương Lâm (Viện Toán học) bảo vệ năm 1994 và Kiều Văn Hưng (ĐHSP 2) bảo vệ năm 2005.

Các nghiên cứu của GS Đỗ Long Vân và TS Phan Trung Huy về ngôn ngữ từ vô hạn trên quan điểm đa tạp chứng tỏ rằng mọi ngôn ngữ từ vô hạn chính quy đều đoán nhận được bởi một ô tômat hữu hạn Büchi không nhập nhằng.

Đề xuất và nghiên cứu một số lớp mã được định nghĩa bởi quan hệ hai ngôi, nhóm nghiên cứu bao gồm GS Đỗ Long Vân, TS Phan Trung Huy và Kiều Văn Hưng đã đưa ra một cách tiếp cận thống nhất đối với bài toán nhúng, một bài toán quan trọng trong lý thuyết mã, nhờ đó cho phép giải quyết bài toán này cho nhiều lớp mã khác nhau. Bài toán nhúng đối với một số lớp mã kinh điển, đặc biệt là lớp mã comma-free cả trong trường hợp hữu hạn và chính quy, cũng được giải quyết bởi TS Nguyễn Hương Lâm. Khái niệm mã k -comma-free, một dạng đặc biệt của mã với độ trễ giải mã giới nội, do GS Đỗ Long Vân cùng với một đồng nghiệp người Pháp, GS Litovsky I., đề xuất và nghiên cứu. Ưu việt của loại mã này là việc giải mã có thể bắt đầu từ một vị trí bất kỳ trong văn bản mã hoá. Do đó một văn bản mã hoá có thể được giải mã ngay cả khi nó bị mất một phần.

3. Hướng nghiên cứu về các mô hình tính toán và xử lý tin.

Theo hướng nghiên cứu về mạng Petri, Phạm Trà Ân đã thu được những kết quả bước đầu về khả năng biểu diễn ngôn ngữ của mạng. Áp dụng cách tiếp cận "cung- cầu" cho các ôôtomat cấu trúc thay đổi theo thời gian, các mạng Petri, các lưới lặp một chiều và các ôôtomat xác suất, PGS Phạm Trà Ân cùng các học trò của mình đã thu được bức tranh toàn cảnh và thống nhất gồm các kết quả đã biết cũng như các kết quả mới về khả năng biểu diễn ngôn ngữ của các lớp hệ này. Nhờ đó, các học trò của ông đã bảo vệ thành công luận án TS Trần Văn Dũng (giảng viên ĐHGT-VT HN) vào năm 1997 và Phạm Văn Thạo (giảng viên ĐHQG HN) vào năm 2001.

4. Hướng nghiên cứu về các bài toán trên đồ thị.

GS Ngô Đắc Tân đã đặc trưng được nhiều lớp đồ thị siêu luân hoàn và từ đó suy ra các điều kiện tồn tại chu trình Hamilton cho lớp đồ thị này. Về lý thuyết đồ thị, nhóm nghiên cứu bao gồm GS Ngô Đắc Tân và các NCS Trần Minh Tước, Lê Xuân Hùng, C. Iamjaroen đã nghiên cứu vấn đề phân lớp các đồ thị bắc cầu đỉnh và đồ thị tách cực, cũng như vấn đề tồn tại chu trình Hamilton trong các đồ thị này. Đã phân lớp trọn vẹn cho đồ thị siêu luân hoàn bậc 3 phi-Cayley và sự tồn tại chu trình Hamilton cho đồ thị Burkard-Hammer có bậc nhỏ nhất tương đối lớn và cho đồ thị siêu luân hoàn bậc 3 với số khối lẻ hoặc chia hết cho 4. Dưới sự hướng dẫn của GS Ngô Đắc Tân, hai NCS đã bảo vệ thành công luận án TS theo đề tài nghiên cứu này tại Viện Toán học, đó là Trần Minh Tước (giảng viên ĐHSP-2 HN) vào năm 2005 và Lê Xuân Hùng (Sở GD & ĐT Tuyên Quang) vào năm 2006. GS Ngô Đắc Tân đã chủ trì đề tài "Đồ thị, tổ hợp trên từ và ứng dụng" (NAFOSTED, 2009-2012).

5. Hướng nghiên cứu mật mã và ứng dụng.

Năm 1988, theo thỏa thuận giữa lãnh đạo Ban Cơ yếu trung ương và lãnh đạo Viện Toán học, một nhóm nghiên cứu hỗn hợp đã được thành lập lấy tên là Tiểu ban T-88 trực thuộc Ban Cơ yếu trung ương do PGS TSKH Đỗ Long Vân làm Trưởng Tiểu ban. Xêmina "Mật mã" đã được thành lập (1988-1990) để tìm hiểu, giới thiệu với lãnh đạo và cán bộ trong Ban về một số khía cạnh của mật mã hiện đại. Đề tài cấp bộ của Ban Cơ yếu "Nghiên cứu khoa học mật mã hiện đại, xây dựng kho thuật toán lập mã và giải mã" đã tìm hiểu tiến hành nghiên cứu triển khai một số hệ mật mã khoá công khai. Cùng với tập thể T-88 và một số cộng tác viên (trong đó có Phạm Trà Ân, Ngô Đắc Tân, Lê Công Thành) đã biên soạn các tập tài liệu quan trọng cho Ban Cơ yếu trung ương.

6. Hướng nghiên cứu về các hệ động lực rời rạc và tổ hợp đếm.

Từ năm 2005, nhóm làm việc do Phan Thị Hà Dương chủ trì đã thu hút và đào tạo được 03 TS (Lê Mạnh Hà, ĐHSP Huế, bảo vệ năm 2011, Trần Thị Thu Hương bảo vệ năm 2014 và Phạm Văn Trung bảo vệ cơ sở 2014), khoảng 15 thạc sỹ và nhiều cử nhân (thuộc chương trình tài năng và tiên tiến của ĐHKHTN- ĐHQGHN). Cho đến nay, nhóm có khoảng 15 công trình ISI và thực hiện các đề tài khoa học sau: "Hệ động lực rời rạc: một số khía cạnh lý thuyết và ứng dụng" (đề tài NCCB cấp nhà nước, 2006-2008), "Combinatorial Structure of Complex Networks" (cùng Matthieu Latapy, Đại học Paris 6 và Christophe Crespelle, ĐH Lyon 1- đề tài hợp tác khoa học PICS), "Mô hình hóa và mô phỏng các hệ sinh thái" (đề tài cấp Viện KHCNVN 2012-2013), "Các hệ thống phức tạp: mô hình hóa và mô phỏng" (NAFOSTED 2009- 2012), "Lý thuyết đồ thị và tính toán tổ hợp: ứng dụng trong một số vấn đề của các hệ thống phức tạp (NAFOSTED 2012 - 2014).

* Các hướng nghiên cứu chính:

- Hệ động lực Chip Firing Games (CFG) và các mở rộng: cấu trúc không gian, đặc trưng các điểm dừng, các cấu trúc đại số, và mối liên hệ với các hệ thống tin học.

- Cấu trúc đại số của tập các điểm hồi qui của CFG và mối liên hệ với các khái niệm đại số như đa thức Tutte, matroid, định lý Riemann Roch trên đồ thị, vv.

- Mô hình hóa mạng phức tạp: xây dựng mô hình đồ thị đa tầng để mã hóa các mạng phức tạp và viết thuật toán sinh ngẫu nhiên các đồ thị lớn dựa trên mô hình này.

- Mô hình Disk graph cho hệ sinh thái: sử dụng Disk Graph (đồ thị đĩa) để biểu diễn các cá thể và sự cạnh tranh của chúng trong các mô hình sinh thái có một hay hai loài, qua đó xây dựng một mô hình toán rời rạc cho các hệ sinh thái này.

* Một số kết quả nghiên cứu

- Nghiên cứu về hệ động lực Chip Firing Game và các hệ liên quan, PV Trung và PTH Dương đã đặc trưng được lớp dàn sinh bởi hệ động lực Chip Firing Game và xây dựng thuật toán nhận biết lớp dàn này trong thời gian đa thức. Thuật toán này dựa trên cách phân tích cấu trúc của một dàn bằng cách sử dụng lớp các phần tử bất khả qui của dàn. PV Trung, PTH Dương và TTT Hương đã nghiên cứu tính ổn định và tập các trạng thái dừng của hệ SPM đối xứng song song và đưa ra thuật toán để có thể đạt được một trạng thái ổn định của hệ SPM đối xứng tuần tự trong hệ SPM đối xứng song song.

PV Trung tìm ra công thức độ dài quỹ đạo của mô hình rotor và trả lời câu hỏi mở về số các quỹ đạo của mô hình rotor.

- TTT Hương đã tìm hiểu tập các đối tượng tổ hợp như các hoán vị, hoán vị có tránh mẫu, đường Dyck và đường Motzkin. Tìm hiểu mối liên hệ giữa các đối tượng này và ứng dụng của chúng trong các bài toán hệ biến đổi, hệ sinh các đối tượng tổ hợp.

- PTH Dương đã xây dựng thuật toán và chương trình sinh ngẫu nhiên các đồ thị lớn tương ứng với các mạng phức tạp sử dụng mã hóa bằng đồ thị đa phần. Đặc biệt đưa vào các khái niệm toán tử strong-factor để xây dựng đồ thị đa phần và chứng minh tính hội tụ của quá trình xây dựng các phần của đồ thị. Từ đó đề xuất một cách mã hoá đồ thị bằng toán tử strong-factor.

Trong thời gian tới, nhóm sẽ nghiên cứu chuyên sâu về các tính chất đại số của đồ thị và matroid, đặc biệt là về lý thuyết Riemann Roch trên đồ thị, bài toán về các h-dãy của các matroid đồ thị, nhóm Sandpile của đồ thị. Những nghiên cứu này gắn liền với nhóm các trạng thái hồi qui của Chip Firing Game (CFG) và của mô hình rotor-router.

III. Công tác đào tạo

Phòng đã tích cực tham gia vào công tác đào tạo thạc sỹ bằng cách đảm nhiệm nhiều môn trong chương trình cao học của Viện như: Logic toán, Toán học rời rạc, Lý thuyết đồ thị và tổ hợp, Ôtômat và ngôn ngữ hình thức, Độ phức tạp tính toán, Lý thuyết mã, Toán học rời rạc và tổ hợp, Thuật toán. Cuốn sách chuyên khảo với đầu đề “Lý thuyết tổ hợp và đồ thị” của GS Ngô Đắc Tân đã được xuất bản.



Cán bộ phòng CSTT và đồng nghiệp của xemina CSTT

Phòng đã tổ chức nhiều trường Thu, trường Xuân, trường CIMPA về Tổ hợp và Thuật toán cho học viên của Viện Toán học cũng như học viên các trường ĐH trong nước và quốc tế.

Tổ chức các khóa học tại Viên nghiên cứu cao cấp về Toán: GS Robert Cori, ĐH Bordeaux 1 và PTH Dương về “Chip Firing Game”, GS Christophe Crespelle, ĐH Lyon 1 về “Algorithms on Graphs”, GS Vũ Hà Văn, ĐH Yale và PTH Dương về "Random structures and algorithms", vv.

Các cán bộ của phòng đã hướng dẫn thành công 12 luận án tiến sĩ (như

đã nêu trên) và hàng chục luận văn thạc sỹ.

IV. Các đóng góp khác

Một số cán bộ của Phòng đã tích cực tham gia các hoạt động chung và đảm nhận những trách nhiệm tại Viện và của Hội Toán học: GS Đỗ Long Vân với cương vị Chủ tịch Hội đồng khoa học Viện Toán học (1993-1999), Chủ tịch Hội Toán học Việt Nam (1994-2004), Chủ tịch Hội Toán học Đông Nam Á (1998-2000), và tiếp đến là GS Ngô Đắc Tân đảm nhận chức vụ Phó Viện trưởng Viện Toán học (2007-2012) kiêm uỷ viên Hội đồng khoa học của Viện. GS Đỗ Long Vân được trao tặng Giáo sư Huân chương Lao động hạng ba năm 2005.

Phòng đã tích cực tham gia nhiều hoạt động khoa học trong cộng đồng toán học và tin học trong nước cũng như trong các hợp tác với quốc tế. Phòng đã chủ trì tổ chức Hội nghị quốc tế “Cơ sở toán học của tin học”, Hà Nội 25-28/11/1999, và “Tổ hợp và ứng dụng”, Hà Nội 3-5/12/2001, với sự tham gia của nhiều nhà toán học có uy tín trên thế giới. Tiếp theo đó là các Hội nghị như: Tiểu ban Toán rời rạc tại “Hội nghị Toán học Việt - Pháp”, Huế, 2012; Tiểu ban Toán rời rạc Hội nghị Toán học toàn quốc trong nhiều kỳ, Hội thảo “Toán rời rạc NTU- VIASM lần thứ nhất”. 27-30/12/2014. v.v..

Phòng đã phối hợp đào tạo và gửi đi học tập nhiều cán bộ ở các nước, đặc biệt là ở Pháp; đã mời nhiều giáo sư nước ngoài về công tác và làm việc, và đồng chủ trì một số đề tài nghiên cứu với các trường đại học Pháp, một số cán bộ của Phòng đã làm giáo sư mời ở ĐH Paris 6, Ecole Normale Supérieure de Lyon.v.v..

Sau 45 năm hoạt động, Phòng Cơ sở toán học của tin học đã từng bước trưởng thành, tuy với số lượng cán bộ không đông, nhưng là một tập thể có sinh hoạt khoa học đều đặn và tích cực. Phòng đã và đang góp phần thúc đẩy và phát triển các nghiên cứu về toán rời rạc và tin học lý thuyết tại Viện toán cũng như trong một số trường đại học và viện nghiên cứu trong nước.

(Phan Thị Hà Dương, tham khảo và bổ sung bài viết năm 2010 của Lê Công Thành)

Phòng Đại số

Sơ lược lịch sử

Tiền thân của phòng Đại số là phòng Đại số và Lý thuyết số, được thành lập năm 1990. Những cán bộ chủ chốt đầu tiên của phòng Đại số và Lý thuyết số là Hà Huy Khoái, Ngô Việt Trung, Nguyễn Tự Cường chuyển về từ phòng Hình học và Tô pô và Đinh Văn Huỳnh, Nguyễn Việt Dũng, Lê Tuấn Hoa chuyển về từ phòng Toán học rời rạc.



Cán bộ phòng Đại số và Lý thuyết số (1998)

Phòng Đại số và lý thuyết số được đổi tên thành phòng Đại số năm 2005 đồng thời với việc thành lập phòng Lý thuyết số. Trưởng phòng qua các thời kỳ là các GS Ngô Việt Trung, Nguyễn Tự Cường và Phùng Hồ Hải.

Một số cán bộ cũ của phòng đã trở thành giáo sư tại nước ngoài như GS Nguyễn Việt Dũng (ĐH Ohio, Mỹ), GS Đinh Văn Huỳnh (ĐH Ohio, Mỹ), GS Hà Huy Tài (ĐH Tulane, Mỹ).

Thành phần hiện tại của phòng

1. GS TSKH Nguyễn Tự Cường;
2. TS Đoàn Trung Cường;
3. GS TSKH Lê Tuấn Hoa;
4. TS Hà Minh Lam;
5. TS Trần Giang Nam;
6. GS TSKH Ngô Việt Trung;
7. TS Trần Nam Trung;
8. TS Hoàng Lê Trường;
9. TS Nguyễn Bích Vân.

Nghiên cứu chuyên môn

Lĩnh vực nghiên cứu chính của Phòng Đại số hiện nay là Đại số giao hoán, Hình học đại số và Vành kết hợp, tập trung vào các chủ đề sau:

- Các lớp vành địa phương đặc biệt

- Hàm và đa thức Hilbert
- Đối đồng điều địa phương
- Các đại số và vành phân bậc liên kết
- Ideale đơn thức
- Chỉ số chính quy Castelnuovo-Mumford
- Nửa vành

Các cán bộ hiện nay của phòng đã công bố hơn 230 bài báo trên các tạp chí toán quốc tế, trong số đó có hơn 200 công trình thuộc danh mục ISI. Nhiều công trình được đăng trên các tạp chí có uy tín cao về Toán như *Advances in Mathematics*, *American Journal of Mathematics*, *Compositio Mathematica*, *Mathematische Annalen*, *Transactions of the American Mathematical Society*, *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*, *Journal of Algebra*, .v.v. Một số công trình được trích dẫn trong hơn 20 cuốn sách giáo khoa và sách chuyên khảo về Đại số giao hoán, Hình học đại số và Lý thuyết tổ hợp.



Cán bộ phòng Đại số (2015)

Phòng có mối quan hệ cộng tác nghiên cứu với nhiều nhà toán học ở Đức, Mỹ, Nhật Bản, Pháp, Thụy Sĩ và Ý. Các cán bộ chủ chốt của phòng thường xuyên được mời làm báo cáo ở các hội nghị quốc tế và đồng tổ chức nhiều hội nghị quốc tế ở trong và ngoài nước.

Xeminar nghiên cứu của phòng đồng tổ chức cùng với Phòng Lý thuyết số vào sáng thứ tư hàng tuần tại Viện Toán học với khoảng 15-20 thành viên, chủ yếu là các cán bộ và học viên của hai phòng. Ngoài seminar khoa học chính, một số cán bộ của phòng cũng tổ chức các seminar chuyên ngành hẹp với đồng nghiệp hoặc học trò. Các cán bộ của phòng đã hướng dẫn thành công hơn 30 luận án tiến sĩ, trong đó có nhiều học viên đã trở thành các cán bộ chủ chốt ở nhiều cơ sở giáo dục trong cả nước.

Phòng Giải tích số và Tính toán khoa học

I. Nhân sự

Phòng Giải tích số và Tính toán khoa học (GTS và TTKH) được thành lập năm 1998 trên cơ sở hợp nhất phòng Phương trình vi phân và các hệ động lực với phòng Giải tích số. Khi mới thành lập, phòng có 10 cán bộ: 4 người từ phòng Giải tích số (GS TSKH Nguyễn Minh Chương, PGS TSKH Vũ Kim Tuấn, CN Trần Thị Lan Anh, CN Nguyễn Quỳnh Nga), 3 người từ phòng Phương trình vi phân và các hệ động lực (GS TSKH Hoàng Xuân Phú, PGS TSKH Nguyễn Đông Yên, TS Tạ Duy Phụng), 1 người từ phòng Giải tích hàm (TS Nguyễn Hữu Điển, đã chuyển sang Đại học khoa học tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội), 1 người từ phòng Phương trình đạo hàm riêng (CN Nguyễn Chánh Định - cán bộ tập sự, đã chuyển cơ quan khác), và 1 người từ Trung tâm Ứng dụng toán học trong công nghiệp và quản lý (CN Nguyễn Văn Hưng - cán bộ tập sự, đã chuyển công tác khác). TS Phan Thành An đã chuyển từ ĐHSP Vinh về công tác tại phòng năm 2000. PGS TSKH Vũ Kim Tuấn hiện nay đang là GS tại Mỹ. TS Trần Thị Lan Anh đã chuyển công tác khác. GS Nguyễn Minh Chương đã có quyết định về hưu.

Năm 2015, Phòng Giải tích số và Tính toán khoa học có 6 thành viên: PGS TS Phan Thành An (trưởng phòng), ThS Nguyễn Ngọc Chiến, TS Nguyễn Quỳnh Nga, GS TSKH Hoàng Xuân Phú, PGS TS Tạ Duy Phụng và GS TSKH Nguyễn Đông Yên.



Cán bộ phòng Giải tích số và Tính toán khoa học (2000)

II. Nghiên cứu và hoạt động khoa học

Phòng GTS và TTKH có nhiệm vụ tiến hành nghiên cứu các lĩnh vực của Giải tích số và Tính toán khoa học. Đồng thời, các thành viên của phòng tiếp tục nghiên cứu và phát triển các đề tài khoa học đã được quan tâm nghiên cứu từ trước khi thành lập phòng.

Trong 17 năm qua, phòng đã tiến hành đều đặn Xeminar “Giải tích số và Tính toán khoa học”. Cán bộ của phòng đã có những công trình nghiên cứu về Giải tích số, Tính toán khoa học, và một vài lĩnh vực có liên quan được đăng trên các tạp chí quốc tế. Song song với nghiên cứu và giảng dạy Giải tích số và Tính toán khoa học, các cán bộ trong phòng vẫn tiếp tục phát triển các hướng nghiên cứu truyền thống (giải tích ứng dụng, tối ưu hóa, bất đẳng thức biến phân, lý thuyết điều khiển, hình học tính toán,...) và đạt được những kết quả nghiên cứu tốt.

Theo thống kê chưa đầy đủ, các cán bộ của phòng là tác giả và đồng tác giả của 283 bài báo (thời kì 1998-2014:190), trong đó 263 bài được MathSciNet thống kê (thời kì 1998-2014:187); đã xuất bản một số sách chuyên khảo (tiếng Anh và tiếng Việt), giáo trình đại học, sách về tin học.

Hai cán bộ của phòng (GS Hoàng Xuân Phú và GS Nguyễn Đông Yên) đã được mời làm báo cáo toàn thể tại các Đại hội Toán học toàn quốc lần thứ 6 (Huế, 2002) và lần thứ 7 (Quy Nhơn, 2008).

Phòng có quan hệ khoa học chặt chẽ với các đồng nghiệp nước ngoài (CHLB Đức, Đài Loan, Hàn Quốc, Hồng Kông, Mỹ, Nga, Pháp, Úc, ...). Nhiều hội nghị, hội thảo quốc tế về Tối ưu và Tính toán khoa học đã được tổ chức, nhiều công trình chung được công bố.

Ngay từ năm đầu thành lập phòng, cán bộ của phòng đã tham gia tổ chức Hội thảo “Một số vấn đề về Tính toán khoa học” (tháng 3-1998), Trường xuân “Thực tế của Tính toán khoa học: Tối ưu hóa quá trình” (tháng 3-1999), series Hội nghị quốc tế “High Performance Scientific Computing (HPSC)” tại Hà Nội (2000, 2003, 2006, 2009, 2012, 2015), các Hội thảo quốc tế “International Workshop on Advanced Computing and Applications (ACOMP)” tại thành phố Hồ Chí Minh (2001, 2002, 2004, 2005, 2007, 2008, 2010-2014), các Hội thảo toàn quốc “Tối ưu và Tính toán khoa học” hàng năm (bắt đầu từ 2003 đến nay).

Một số cán bộ của phòng tổ chức chính của Hội thảo Việt Nam-Hàn Quốc “Tối ưu toán học và ứng dụng” (2 năm một lần, bắt đầu từ 1998), Trường toán CIMPA-UNESCO-VIETNAM “Bất đẳng thức biến phân và các vấn đề có liên quan” (Hà Nội, 10-21/5/2010), International Workshop and Summer

School on Variational Analysis and Approximation Theory (Hanoi, Vietnam, May 12-17, 2014), International Workshop on Some Selected Problems in Optimization and Control Theory (Hà Nội, 4 - 7/2/2015).

Một số cán bộ của phòng tham gia tổ chức và chủ trì một Special Session gồm 3 báo cáo mời tại Hội thảo Quốc tế về Quy hoạch toán học lần thứ 21 (ISMP2012) tại Berlin, một Special Session gồm 10 báo cáo mời và một số báo cáo ngắn, trình bày một báo cáo mời tiểu ban ở The Asian Mathematical Conference 2013, Busan, Korea, 30/6-4/7/2013, tổ chức và chủ trì một Session gồm 3 báo cáo ngắn tại 4th International Conference on Continuous Optimization, Lisbon, Portugal, 27/7-1/8/2013.

Một số cán bộ của phòng đã tham gia đào tạo tiến sĩ ở CHLB Đức, Bồ Đào Nha, giảng dạy cao học và đại học tại Đài Loan, Hàn Quốc, và Mỹ.

GS Hoàng Xuân Phú và GS Nguyễn Đông Yên thường xuyên được bầu vào Hội đồng khoa học của Viện. GS Hoàng Xuân Phú là Chủ tịch Hội đồng khoa học Viện nhiệm kỳ 2007-2012, GS Nguyễn Đông Yên đã làm Thư kí Hội đồng khoa học Viện trong nhiều năm. GS Hoàng Xuân Phú tham gia Hội đồng Tin học của Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam một thời gian.

Cán bộ của phòng đã tham gia một số các hoạt động khoa học khác như tham gia ban tổ chức Hội nghị toán học toàn quốc, ban biên tập tạp chí Toán ứng dụng, Tổng biên tập Vietnam Journal of Mathematics (Hoàng Xuân Phú), Phó Tổng biên tập Acta Mathematica Vietnamica (Nguyễn Đông Yên). Tham gia biên tập các tạp chí quốc tế: Hoàng Xuân Phú: Mathematische Nachrichten (2003-now, Associate Editor); East Asian Journal on Applied Mathematics (EAJAM) (2011-now, Associate Editor). Nguyễn Đông Yên: Journal of Optimization Theory and Applications (December 2010-now, Associate Editor), Set-Valued and Variational Analysis (November 2011- December 31, 2014; Member of the Editorial Board). PGS Tạ Duy Phượng là ủy viên Hội đồng biên tập Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ (từ 2005). Cán bộ của phòng tham gia làm phản biện cho nhiều tạp chí toán học quốc tế có uy tín như Mathematische Nachrichten, East Asian Journal on Applied Mathematics (EAJAM), Journal of Optimization Theory and Applications, Set-Valued and Variational Analysis, Optimization, Numerical Algorithms, tham gia các hội đồng nghiệm thu các đề tài khoa học trong nước.

Cán bộ của phòng chủ trì nhiều đề tài khoa học trong và ngoài nước như các đề tài Quỹ Phát triển khoa học và công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) (GS Hoàng Xuân Phú, GS Nguyễn Đông Yên, PGS Phan Thành An), đề tài Nghị định thư hợp tác khoa học và kỹ thuật giữa Việt Nam và Hoa Kỳ (GS Nguyễn Đông Yên), đề tài Hợp tác khoa học-công nghệ giữa Viện Khoa học và Công

ngệ Việt Nam với Viện Hàn lâm Khoa học Nga (PGS Tạ Duy Phụng), đề tài nghiên cứu khoa học cơ bản dành cho cá nhân của Viện Hàn lâm thế giới vì sự tiến bộ khoa học của các nước đang phát triển (TWAS) (PGS Phan Thành An).

III. Đào tạo

Từ 1998 tập thể cán bộ của phòng đã và đang hướng dẫn nhiều nghiên cứu sinh trong và ngoài nước, trong đó 20 nghiên cứu sinh đã bảo vệ thành công luận án tiến sĩ. Khoảng 80 luận văn thạc sĩ (tại Viện Toán và các cơ sở đào tạo khác) đã được bảo vệ thành công dưới sự hướng dẫn của các cán bộ trong Phòng. Các cán bộ của Phòng tham gia giảng dạy cao học, hướng dẫn nghiên cứu sinh, luận văn thạc sĩ và luận văn tốt nghiệp cho nhiều trường đại học trong cả nước, làm phản biện nhiều luận án Tiến sĩ và luận văn thạc sĩ, tham gia nhiều hội đồng bảo vệ luận án tiến sĩ và thạc sĩ, viết một số sách chuyên khảo và giáo trình cao học.

Phòng chịu trách nhiệm giảng dạy môn Giải tích số cho học viên cao học hàng năm. Trước đây một số cán bộ của phòng tham gia giảng dạy môn Tin học. Các cán bộ của phòng đọc các chuyên đề cho các học viên theo chuyên ngành Giải tích số và Tính toán khoa học (hai năm một lần, các chuyên đề và giáo trình thường xuyên được bổ sung). Một số cán bộ của phòng đã tham gia công tác tuyển sinh và giảng dạy cao học quốc tế theo Đề án 322 (Viện Toán học và Đại học Sư phạm Hà Nội phối hợp đào tạo), báo cáo chuyên đề và tham gia giảng dạy tại các trường hệ sinh viên do Viện Toán học tổ chức.

IV. Tổng quan

Với một số ít thành viên, sau 17 năm thành lập, phòng Giải tích số và Tính toán khoa học đã đảm nhiệm tốt nhiệm vụ của Viện giao và trưởng thành, phát huy tốt tiềm năng của mỗi thành viên trong phòng. Nhiều công trình, bài báo, sách chuyên khảo và giáo trình đã được công bố. Quan hệ hợp tác khoa học quốc tế ngày càng mở rộng và phát triển.

GS Hoàng Xuân Phú đã được phong Viện sĩ thông tấn (Korrespondierendes Mitglied) Viện Hàn lâm Khoa học và Nhân văn Heidelberg (Heidelberger Akademie der Wissenschaften) năm 2004, Viện sĩ thông tấn (Korrespondierendes Mitglied) Viện Hàn lâm Khoa học và Nhân văn Bavaria (Bayrische Akademie der Wissenschaften) năm 2010, và Viện sĩ Viện Hàn lâm thế giới vì sự tiến bộ khoa học của các nước đang phát triển (TWAS) năm 2014. GS Hoàng Xuân Phú đã được bầu vào Ủy ban vì các nước đang phát triển (CDC) của Liên đoàn toán học thế giới nhiệm kỳ 2010 - 2014. GS Hoàng Xuân Phú là Đại sứ khoa học (Vertrauenswissenschaftler) của Quỹ Alexander von Humboldt (Alexander von Humboldt-Stiftung) nhiệm kỳ 2010-2016.

Một cán bộ (Nguyễn Đông Yên) đã được phong học hàm Giáo sư, ba cán bộ (TS Tạ Duy Phượng, TS Phan Thành An, TS Nguyễn Hữu Điển) đã được phong học hàm Phó Giáo sư, hai cán bộ (Trần Thị Lan Anh, Nguyễn Quỳnh Nga) đã bảo vệ thành công luận án Tiến sĩ.

Phòng Giải tích số và Tính toán khoa học đã có những đóng góp nhất định cho sự phát triển của Viện Toán học cũng như cho cộng đồng toán học Việt Nam nói chung.

(Phan Thành An, tham khảo và bổ sung bài viết năm 2010 của Tạ Duy Phượng)

Phòng Giải tích toán học

I. Sơ lược lịch sử

Phòng Giải tích toán học được thành lập năm 1998, tập trung một số cán bộ của Viện đang nghiên cứu những hướng khác nhau của Giải tích toán học. Giải tích toán học là lĩnh vực rất rộng, nên các nghiên cứu được tiến hành tại Phòng cũng hết sức đa dạng. Một số cán bộ của Phòng đang là những chủ nhiệm đề tài cấp nhà nước và là hạt nhân của nhiều nhóm nghiên cứu bao gồm các cán bộ ở một số trường đại học và cơ sở nghiên cứu khác. Nhiều cán bộ tham gia giảng dạy giải tích cũng như các môn học khác trên các trường đại học và hướng dẫn nghiên cứu sinh làm luận văn tiến sĩ toán, học viên cao học làm luận văn thạc sĩ toán. Vì thế, để giới thiệu những hướng nghiên cứu của Phòng Giải tích toán học, trước hết xin giới thiệu sơ lược về từng thành viên.



Cán bộ phòng Giải tích Toán học (2000)

Hà Huy Bảng

Năm sinh: 1959

Tốt nghiệp đại học : 1982, Đại học Rostov-on-Don, Liên Xô

Tiến sĩ: 1988

Phó giáo sư: 1996

Giáo sư: 2003

Tên luận án: Một số vấn đề của lý thuyết không gian hàm cấp vô hạn

Cơ sở đào tạo: Viện Toán học, Hà Nội

Tiến sĩ khoa học: 1996

Tên luận án: Bất đẳng thức kiểu Bernstein-Nikolskii và ứng dụng

Cơ sở đào tạo: Viện Toán học Steklov, Moscow, Nga

Giải thưởng khoa học Viện Toán học: 1995
 Công tác tại Viện Toán học từ 1982. Trưởng phòng Giải tích toán học
 2012 – 2014.

Đỗ Ngọc Diệp

Năm sinh: 1950

Tốt nghiệp đại học : 1974, Đại học Lomonoxov (MGU), Moskva, Liên Xô cũ

Tiến sĩ: 1977

Tên luận án: Ứng dụng K-hàm tử đồng điều $\text{Ext}(\cdot)$ vào việc nghiên cứu cấu trúc C^* -đại số nhóm của một số nhóm Lie giải được

Cơ sở đào tạo: 1974, Đại học Lomonoxov (MGU), Moskva, Liên Xô cũ

Tiến sĩ khoa học: 1995

Phó giáo sư: 1991

Giáo sư: 1996

Tên luận án: Phương pháp Hình học Không giao hoán cho việc nghiên cứu cấu trúc của C^* -đại số nhóm

Cơ sở đào tạo: Viện Toán học, Viện Hàn lâm KHCN VN

Giải thưởng khoa học Viện Toán học: Giải thưởng đầu tiên

Công tác tại Viện Toán học từ 2/1978. Trưởng phòng Giải tích toán học
 2010 – 2011.

Đặng Vũ Giang

Năm sinh: 1965

Tốt nghiệp đại học: 1990, Szeged, Hungary

Tiến sĩ: 1994

Tên luận án: Giải tích Fourier

Cơ sở đào tạo: Đại học Szeged, Hungary

Công tác tại Viện Toán học từ 2000.

Phạm Hữu Sách

Năm sinh: 1941

Tốt nghiệp đại học: 1962, Đại học Tổng hợp Hà Nội

Tiến sĩ: 1970

Tên luận án: Điều khiển tối ưu các hệ rời rạc

Cơ sở đào tạo: Viện Toán học Steklov, Moscow, Liên Xô

Tiến sĩ khoa học: 1981

Tên luận án: Lý thuyết không tương thích các hệ bao hàm thức và ứng dụng trong điều khiển tối ưu

Cơ sở đào tạo: Viện Toán học Steklov, Moscow, Liên Xô

Giáo sư: 1984

Công tác tại Viện Toán học từ 1962, Trưởng phòng Hệ động lực 1976 -

1992, Phó Viện trưởng 1981 - 1989, Viện trưởng 1990 - 1995
Về hưu năm 2006. Hiện là Giáo sư mời của Viện.

Nguyễn Xuân Tấn

Năm sinh: 1950

Tốt nghiệp đại học: 1974, Praha, Tiệp Khắc

Tiến sĩ: 1983

Tên luận án: Các tính chất của ánh xạ đa trị và ứng dụng.

Tiến sĩ khoa học: 1987

Tên luận án: Lý thuyết rẽ nhánh và ứng dụng

Cơ sở đào tạo: Viện Toán học, Đức

Phó giáo sư: 1996

Giáo sư: 2007

Công tác tại Viện Toán học từ 1975, Trưởng phòng Giải tích toán học 2002 – 2010.

Hồ Minh Toàn

Năm sinh: 1973

Tốt nghiệp đại học: 1996, Đại học Quy Nhơn

Tiến sĩ: 2006

Tên luận án: Giới hạn quy nạp của các C^* -đại số thuần nhất với ánh xạ nổi là các đồng cấu chéo

Cơ sở đào tạo: Đại học Toronto, Canada

Công tác tại Viện Toán học từ 2009, Trưởng phòng Giải tích toán học 2014.

Qua giới thiệu sơ lược về các thành viên, chúng ta cũng có thể hình dung phần nào những hướng nghiên cứu mà phòng Giải tích toán học đã và đang thực hiện. Sau đây là một số hướng chính:

Lý thuyết ánh xạ đa trị và Hệ động lực đa trị rời rạc: Đã nghiên cứu một số tính chất của ánh xạ đa trị, làm cơ sở cho lý thuyết tối ưu như tính chất chính quy, các định lý ánh xạ mở, định lý giá trị trung bình ... với các giả thiết khác nhau đặt trên hàm tựa và trên đồ thị của ánh xạ đa trị. Khảo sát các bài toán đối ngẫu, các điều kiện cực trị cấp 1 và 2 trong các bài toán tối ưu đa trị với các hạn chế bao hàm thức. Nghiên cứu sự mở rộng của Định lý Banach-Steinhaus cho lớp ánh xạ đa trị lồi, lõm theo nón, sự tồn tại điểm bất động, nghiệm biến phân và tựa biến phân của các bài toán liên quan tới ánh xạ đa trị.

Đưa ra các điều kiện Tối ưu, các tính chất điều khiển được và đạt được trong các hệ động lực đa trị rời rạc hoặc không rời rạc nhưng được xấp xỉ bởi các

hệ lỗi thoả mãn một số tính chất nào đó.

Các bài toán minimax và tối ưu vectơ: Xây dựng lý thuyết Lagrange cần và đủ cấp 1 và cấp cao cho các minimax có ràng buộc tổng quát giá trị thực và giá trị vectơ không trơn. Với các bài toán ngoài có hữu hạn ràng buộc, đã thiết lập điều kiện cần Kuhn –Tucker dưới ngôn ngữ gradient suy rộng Clarke. Nghiên cứu tính ổn định nghiệm cho bài toán tối ưu lỗi. Thiết lập các điều kiện tối ưu cấp 1 cho một số loại nghiệm hữu hiệu của bài toán tối ưu đa mục tiêu, bài toán bất đẳng thức biến phân và bài toán cân bằng vectơ có ràng buộc đẳng thức, bất đẳng thức và ràng buộc tập với các hàm Lipschitz địa phương dưới ngôn ngữ các dưới vi phân Clarke, Michel-Penot và dưới vi phân suy rộng (convexificators). Phần trong tựa tương đối được sử dụng thay thế phần trong trong trường hợp nón thứ tự có phần trong bằng rỗng. Thiết lập các điều kiện tối ưu cấp cao cho bài toán tối ưu đa mục tiêu không trơn dưới ngôn ngữ đạo hàm Studniarski, Ginchev và Gâteaux.

Lý thuyết hàm và Giải tích Fourier: Đưa ra cách tiếp cận mới bằng cách nghiên cứu tính chất các hàm trong mối quan hệ với phổ của chúng. Nhờ đó, đã giải quyết được một số bài toán khó như đặc trưng đáng điệu của dãy các chuẩn của các đạo hàm của một hàm trong mối liên hệ với hình học phổ và hệ số Taylor, các bất đẳng thức kiểu Bernstein-Nikolskii. Sử dụng một phương pháp mới để thiết lập một số mở rộng của các bất đẳng thức cổ điển của Bernstein, Nikol'skii, Kolmogorov, Bohr,...

Thiết lập định lý Paley-Winer-Schwartz đặc trưng ảnh Fourier của một số lớp phân bố với giá trị compắc tùy ý (không nhất thiết lỗi). Những kết quả này được sử dụng để xây dựng khái niệm các hàm nguyên kiểu mũ K , trong đó K có thể không lỗi.

Nghiên cứu các không gian Hardy thực trên mặt phẳng và biến đổi Fourier của một lớp khác rộng các hàm. phương trình tích phân kỳ dị, hệ động lực, lý thuyết điện trường, năng lượng tối ưu, hàm Riemann. Sử dụng biến đổi Fourier để đưa ra một số đặc trưng của các không gian Lipschitz, Hölder, Besov,...

Nghiên cứu sự rẽ nhánh của phương trình toán tử phụ thuộc tham số liên quan tới ánh xạ Fredholm. Những kết quả này được áp dụng vào việc nghiên cứu sự rẽ nhánh của phương trình vi phân đạo hàm riêng, rẽ nhánh Hopf của các nghiệm tuần hoàn của phương trình toán tử.

Về bài toán biến phân, đã thiết lập một số điều kiện đủ cực tiểu trong trường hợp tích phân bội, một số điều kiện tồn tại nghiệm cho một dạng tổng quát bất đẳng thức biến phân, một số điều kiện ổn định cho lớp bất đẳng thức biến phân đơn điệu phụ thuộc tham số.

Nghiên cứu về ánh xạ đa thức, ánh xạ mở, lý thuyết Galois vi phân, lý thuyết giản ước. Bài toán cân bằng tổng quát và ứng dụng: Trước hết nghiên cứu những tính chất của ánh xạ đa trị theo nón như tính liên tục, lồi, Lipschitz, tính KKM theo nón, sau đó sử dụng những tính chất này nghiên cứu các bài toán cân bằng tổng quát và các bài toán liên quan khác trong lý thuyết tối ưu với sự tham gia của các ánh xạ đa trị có những tính chất này. Tìm điều kiện để các bài toán có nghiệm và mối liên quan giữa các bài toán trong lý thuyết tối ưu đa trị để cho ta một cách nhìn thống nhất về lý thuyết tối ưu đa trị. Tiếp theo là những ứng dụng của bài toán cân bằng tổng quát cho nhiều bài toán trong các mô hình kinh tế.

Nghiên cứu một số vấn đề trong Hình học không giao hoán: Đặc trưng cấu trúc của nhóm Lie thông qua đại số nhóm của chúng, mô tả biểu diễn unita bất khả quy thông qua phép lượng tử hóa và biểu diễn tự đẳng cấu và phân tích biểu diễn ra các thành phần bất khả quy. Những nghiên cứu này liên quan đến Vật lý và Công nghệ thông tin lượng tử:

1. Cấu trúc của C^* -đại số nhóm thông qua KK-lý thuyết.

Trước hết nghiên cứu việc đặc trưng C^* -đại số nhóm của một số nhóm Lie thông qua KK-lý thuyết. Cho một số lớp nhóm Lie giải được, bài toán giải quyết thành công bất biến đầy đủ trong KK-lý thuyết.

2. Biểu diễn nhóm và lượng tử hóa.

Tiếp theo, nghiên cứu việc mô tả tất cả các biểu diễn unita bất khả quy của một số lớp nhóm Lie. Tổng quát hóa phép lượng tử hóa thành nhiều chiều.

3. Nhóm con rời rạc trong nhóm Lie.

Lý thuyết biểu diễn trở nên thú vị hơn trong trường hợp các biểu diễn, xoắn bởi nhóm con rời rạc trong nhóm Lie. Nghiên cứu trường hợp nhóm con rời rạc kiểu Langlands của nhóm quy (reductive).

4. Biểu diễn tự đẳng cấu của nhóm reductive.

Phần rời rạc của vật đối ngẫu của nhóm Lie trở nên thú vị hơn theo Chương trình Langlands. Nghiên cứu việc mô tả việc chuyển tới các nhóm con nội soi tương ứng, dùng tổng Poisson.

5. Tính toán lượng tử.

Một ứng dụng quan trọng của lý thuyết biểu diễn là các trình tính toán lượng tử. Nghiên cứu việc cài đặt các trình liên quan đến bài toán tìm chu trình Hamilton trong mạng, bài toán người bán hàng, tìm mẫu ảnh trong ảnh và ứng dụng trong kế toán.

6. Chiều của C^* -đại số.

Nghiên cứu chiều ổn định (Stable rank) của C^* -đại số. Khái niệm này được mở rộng từ chiều của không gian tô-pô.

(Hồ Minh Toàn)