

ĐỀ CƯƠNG MÔN ĐẠI SỐ HIỆN ĐẠI

Thời gian: 60 tiết
Giảng viên Phùng Hồ Hải, Viện Toán học
2008

Mục đích: Học viên ôn lại những kiến thức cơ bản về đại số đại cương và đại số tuyến tính đã học trong các trường đại học, đồng thời bổ sung một số kiến thức cơ bản ở một số nơi chưa dạy.

Phần I: Đại số đại cương

Chương 1: Nhóm (12 tiết)

- 1 Định nghĩa (4 tiết)
 - 1.1 Nhóm và đồng cấu nhóm, ví dụ
 - 1.2 Nhóm con, hệ sinh
 - 1.3 Lớp kề và Định lý Lagrange về chỉ số, Định lý Cayley
 - 1.4 Nhóm con chuẩn tắc, chuẩn hóa, tâm hóa
 - 1.5 Nhóm thương, định lý đồng cấu
 - 1.6 Tích trực tiếp trong và ngoài
 - 1.7 Dây khớp, tích nửa trực tiếp
- 2 Tác động của nhóm lên tập hợp (2 tiết)
 - 2.1 Nhóm con ổn định, quỹ đạo
 - 2.2 Tác động liên hợp, lớp liên hợp
 - 2.3 Định lý Sylow
- 3 Cấu trúc nhóm abel (nhóm giao hoán) (4 tiết)
 - 3.1 Nhóm abel tự do
 - 3.2 Định lý về hạng của nhóm abel tự do
 - 3.3 Nhóm con của nhóm abel tự do
 - 3.4 Điều kiện để nhóm abel hữu hạn sinh là tự do
 - 3.5 Cấu trúc của nhóm abel hữu hạn sinh
 - 3.6 Nhóm abel đầy đủ
- 4 Nhóm tự do không giao hoán (2 tiết)
 - 4.1 Định nghĩa và sự tồn tại
 - 4.2 Nhóm sinh bởi hệ thức

Chương 2: Vành và Mô đun và Trường (22 tiết)

- 1 Vành (4 tiết)
 - 1.1 Vành và đồng cấu vành, ví dụ
 - 1.2 Идеал trái, phải, hai phía và ví dụ
 - 1.3 Vành thương, Định lý đồng cấu vành
 - 1.4 Tích trực tiếp các vành
- 2 Mô đun (6 tiết)
 - 2.1 Mô đun và đồng cấu mô đun, ví dụ
 - 2.2 Tổng và tích trực tiếp
 - 2.3 *Dây khớp
 - 2.4 *Dây hợp thành. Định lý Jordan-Hölder

- 2.5 Môđun Noether và môđun Artin
- 2.6 Môđun xạ ảnh và môđun nội xạ
- 2.7 *Tích ten xơ và mô đun phẳng
- 2.8 Phạm trù và hàm tử
- 3 Vành giao hoán (4 tiết)
 - 3.1 Vành giao hoán và miền nguyên, trường
 - 3.2 Idêan nguyên tố, Idêan cực đại, địa phương hóa
 - 3.3 Vành đa thức
 - 3.4 Vành nhân tử hoá
- 4 Trường (8 tiết)
 - 4.1 Mở rộng hữu hạn và mở rộng đại số
 - 4.2 Bao đóng đại số
 - 4.3 Trường phân rã và mở rộng chuẩn tắc
 - 4.4 Mở rộng tách được
 - 4.5 Mở rộng không tách được
 - 4.6 Trường hữu hạn, ánh xạ Frobenius

Phần II: Đại số tuyến tính

Chương 1: Không gian véc tơ và ánh xạ tuyến tính (14 tiết)

- 1 Không gian véc tơ (4 tiết)
 - 1.1 Không gian véc tơ, ánh xạ tuyến tính, ví dụ
 - 1.2 Độc lập tuyến tính, hệ sinh
 - 1.3 Cơ sở, chiều. Hạng của một hệ véc tơ
 - 1.4 Ma trận biểu diễn của ánh xạ tuyến tính
 - 1.5 Không gian thương và các định lí đồng cấu
 - 1.6 Tổng trực tiếp
- 2 Ma trận và Định thức (4 tiết)
 - 2.1 Các phép toán cơ bản của ma trận
 - 2.2 Định nghĩa định thức và các tính chất cơ bản
 - 2.3 Khai triển Laplace
 - 2.4 Ma trận nghịch đảo
- 3 Hệ phương trình tuyến tính (2 tiết)
 - 3.1 Cấu trúc tập nghiệm
 - 3.2 Phương pháp giải
- 4 Toán tử tuyến tính (4 tiết)
 - 4.1 Toán tử đa thức
 - 4.2 Định lý Cayley-Hamilton
 - 4.3 Véc tơ riêng, giá trị riêng
 - 4.4 Không gian con bất biến
 - 4.5 Không gian xích
 - 4.6 Dạng chuẩn Jordan

Chương 2: Không gian Ôclit và không gian unita (8 tiết)

- 1 Không gian Ôclit (4 tiết)
 - 1.1 Định nghĩa và các tính chất cơ bản
 - 1.2 Cơ sở trực giao, phương pháp trực giao hóa
 - 1.3 Góc, véc tơ chiếu và thể tích, định thức Gram
 - 1.4 Toán tử trực giao
 - 1.5 Toán tử đối xứng

- 2 Không gian unita (2 tiết)
 - 2.1 Định nghĩa và các tính chất cơ bản
 - 2.2 Toán tử unita
 - 2.3 Toán tử Hermite,
 - 2.4 Toán tử xác định dương, khai triển cực
 - 2.5 Toán tử chuẩn tắc
- 3 Chuẩn của toán tử (2 tiết)
 - 3.1 Chuẩn của toán tử
 - 3.2 Chuỗi toán tử
 - 3.3 Lũy thừa, lô ga rít của toán tử

Chương 3: Đại số đa tuyến tính (4 tiết)

- 1 Ánh xạ đa tuyến tính
- 2 Tích ten xơ
- 3 Đại số đối xứng và đại số ngoài

TÀI LIỆU

- [1] Nguyễn Tự Cường, Giáo trình đại số hiện đại, NXB ĐHQG Hà Nội, 2003
- [2] W. Greub, Linear Algebra, 4th Edition, Springer Verlag 1981
- [3] W. Greub, Multilinear Algebra, 2nd Edition, Springer Verlag 1978
- [4] Lê Tuấn Hoa, Đại số tuyến tính qua các ví dụ và bài tập, NXB ĐHQG Hà Nội, 2000
- [5] Nguyễn Hữu Việt Hưng, Đại số đại cương, NXB Giáo dục 199
- [6] S. Lang, Đại số, NXB Đại học và THCN, 1974
- [7] Ngô Việt Trung, Giáo trình Đại số tuyến tính, NXB ĐHQG Hà Nội, 2001